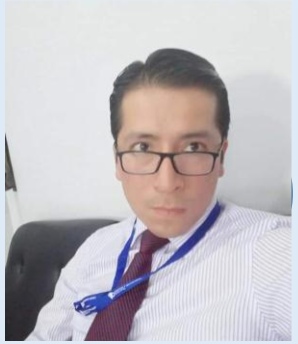

Profesor:
Max Cantoral

PITAGORAS
ACADEMIA

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

GRUPO PITÁGORAS

TEMA:
OPERACIONES MATEMÁTICAS

OPERACIONES MATEMÁTICAS

OPERACIÓN MATEMÁTICA

Proceso que consiste en la transformación de una o más cantidades en otra llamada resultado , bajo ciertas reglas o condiciones en la cual se define la operación. Toda operación matemática presenta una **REGLA DE DEFINICIÓN** y un símbolo que le identifica llamado **OPERADOR MATEMÁTICO**. Como ejemplos de operaciones matemáticas tenemos: la adición , la sustracción , la multiplicación , ...; etc.

EJEMPLO :

a) $\underbrace{3 + 8}_{\text{Operandos}} = \underbrace{11}_{\text{Resultado}}$ b) $\underbrace{12 \times 3}_{\text{Operandos}} = \underbrace{36}_{\text{Resultado}}$

OPERADOR MATEMÁTICO

El operador matemático es el símbolo que representa e identifica a una operación matemática.

OPERADOR	OPERACIÓN
+	adición
−	sustracción
×	multiplicación
÷	división

Estos operadores son universalmente definidos , pues en cualquier parte del mundo , la persona que tenga conocimientos de ella realizará las mismas operaciones llegando a un mismo resultado , por eso se dice que la matemática es única .

Basándose en éstas operaciones podemos definir nuevos operadores arbitrarios, asociando una o más operaciones .

Te presentamos algunos :

*, #, Δ, ∇, Σ, Φ, Ψ, $\oplus$, $\otimes$, §, ..., **etc.**

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Estos símbolos y cualquier otro, en sí mismo no nos indican ninguna operación concreta, pero con ello podemos efectuar diferentes operaciones estableciendo antes, para cada uno de ellos, condiciones previas que llamamos "**reglas de definición**" o "**leyes de formación**". La operación matemática representado por un operador arbitrario es el procedimiento que aplicado a una o más cantidades producen un resultado , el cual se obtiene después de utilizar reglas previamente definidas.

EJEMPLO : $3\times 7 = 21$

Operación

Resultado

Operador conocido

$$m * n = \underbrace{m^2 - n^2}$$

Regla como operar

Operador

Cuando un operador actúa una sola vez en una determinada operación lo llamamos **OPERADOR SIMPLE**.

EJEMPLO :

Si : $a * b = \underbrace{3b - 2a^2}$

1ra. Componente

2da. Componente

Regla como operar

Operador matemático

Calcular : $5 * 23$

RESOLUCIÓN :

El proceso de transformación será :

$$a * b = 3b - 2a^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$5 * 23 = 3(23) - 2(5)^2$$

$$\Rightarrow 5 * 23 = 19 \longrightarrow \text{Resultado}$$

OPERACIONES MATEMÁTICAS

EJEMPLO :

Se define : $x = \dfrac{x+1}{x-1}$. Calcular : 3

RESOLUCIÓN :

Aplicando directamente la regla como operar dada, remplazando la variable x por 3 :

$$3 = \frac{3+1}{3-1} \rightarrow 3 = 2$$

EJEMPLO :

Si : $\boxed{a-2} = a+2$.

Calcular : $\underbrace{\boxed{\cdots\boxed{a-500}\cdots}}_{250 \text{ Operadores}}$

A) a B) – 500 C) 500 D) a+500 E) 500a

Hallando la regla como operar :

$\boxed{a-2} = a+2$ ó $\boxed{a-2} = a+2$

+2 +2 +4

Esta regla nos indica , que para eliminar **1** operador, debo sumar **4** a su parte interna, luego en lo que nos piden, debemos sumar **250** veces el **4** , a **a – 500** , que es la parte interna , entonces la expresión a calcular será

$$a - 500 + \underbrace{4 + 4 + 4 + \ldots + 4}_{250 \text{ sumandos}}$$

$$= a - 500 + 250(4) = a - 500 + 1000 = a + 500$$

Clave: "D"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $x = 2\,\boxed{2x-1} + 5$

$\boxed{x+1} = x-2 - 4$

Calcular: $E = 4 + \boxed{7}$

A) 1 B) 0 C) 2
D) –1 E) 3

Resolución:

Analizando para 4 Tenemos (x = 4):

$4 = 2\,\boxed{7} + 5$ ……… (α)

Luego para $\boxed{7}$, con x = 6 en:

$\boxed{7} = 4 - 4$ ………… (β)

Luego (β) en (α) se tendrá que:

$4 = 2(4 - 4) + 5$

$\Rightarrow 4 = 3$

$\longrightarrow \boxed{7} = 3 - 4$

$\boxed{7} = -1$

$\boxed{E = 3 + (-1) = 2}$

Clave: "C"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si $ab = 2a + 3b$, $a = 3a$ y

$$x \; 3\,2 - 9 \; x = 3$$

entonces el valor de x sería:

A) 100 B) 91 C) 90
D) 89 E) 88

Resolución:

Si $ab = 2a + 3b$, $a = 3a$ y

$$x \; 3\,2 - 9 \; x = 3$$

$$x \; 12 - 27 \; 3x = 3$$

$$x \; 36 - 27 \; 3x = 3$$

$$2x + 108 - (54 + 9x) = 3$$

$$3\,(2x + 108) - 54 - 9x = 3$$

$$\boxed{x = 89}$$

Clave: "D"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si:

$$\triangle\left(\boxed{x-1}\right) = 9x$$

$$\triangle(x+2) = 3x$$

Calcular: $\boxed{\triangle(3)}$

A) 8 B) 27 C) 14
D) 11 E) 21

Resolución:

$$\triangle(x+2) = \underbrace{3\,x}_{-2\,;\,\times 3}$$

SE DEDUCE LA REGLA

$$\Rightarrow \triangle\left(\boxed{x-1}\right) = 9x$$

$$\left(\boxed{x-1} - 2\right) \times 3 = 9x$$

$$\boxed{x-1} = \underbrace{3x+2}_{+1\,;\,\times 3+2}$$

Luego: $\triangle(3) = (3-2)\times 3 = 3$

$$\boxed{\triangle(3)} = \boxed{3} = (3+1)\times 3 + 2 = 14$$

Clave: "C"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $\boxed{x} = 2x + 3$

$\boxed{(x)} = 4x - 3$

Calcular: $⑦$

A) 19 B) 11 C) 7
D) 23 E) 31

Resolución:

$\boxed{x} = \overbrace{2x + 3}^{\times 2\,;\,+3}$ *(se deduce)*

$\boxed{(x)} = 4x - 3$

$2(x) + 3 = 4x - 3$

$(x) = \underbrace{2x - 3}_{\times 2\,;\,-3}$

$\Rightarrow \quad (7) = 2(7) - 3 = 11$

$⑦ = (11) = 2(11) - 3 = 19$

Clave: "A"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $\overline{P}\,\underline{\rfloor M} = N \iff M^N = P$

Calcular el valor de "x" en:

$$\overline{2^{x-1}}\,\underline{\rfloor y} = a \quad ; \quad \overline{2^{x+1}}\,\underline{\rfloor y} = 3a$$

A) 2 B) 4 C) 3
D) 1 E) Cero

Resolución:

Aplicando la regla dada:

$$\overline{2^{x-1}}\,\underline{\rfloor y} = a \longleftrightarrow y^a = 2^{x-1} \quad \ldots\ldots(I)$$

$$\overline{2^{x+1}}\,\underline{\rfloor y} = 3a \longleftrightarrow y^{3a} = 2^{x+1} \quad \ldots\ldots(II)$$

(I) en (II) : $(y^a)^3 = 2^{x+1}$

$$(2^{x-1})^3 = 2^{x+1}$$

$$2^{3x-3} = 2^{x+1}$$

$$3x - 3 = x + 1$$

$$\boxed{x = 2}$$

Clave: "A"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $x * y = x - y + 2\,(y * x)$

Hallar: $12 * 3$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 9

Resolución:

Según regla como operar:

$$12 * 3 = 12 - 3 + 2\,\underbrace{(3 * 12)} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (\mathrm{I})$$

$$\overbrace{3 * 12} = 3 - 12 + 2\,(12 * 3) \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (\mathrm{II})$$

(II) en (I):

$$12 * 3 = 9 + 2\,(-9 + 2\,(12 * 3))$$

$$12 * 3 = 9 - 18 + 4\,(12 * 3)$$

$$9 = 3\,(12 * 3)$$

$$\boxed{3 = 12 * 3}$$

Clave: "B"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

$$F(2x+1)=\sqrt{x+3+\sqrt{3x+10}}$$

Calcular la raíz cuadrada de: $F(5)+13$

A) 4 B) 12 C) 7
D) 3 E) 5

Resolución:

Igualando: $2x+1=5$

Luego: $F(2x+1)=\sqrt{x+3+\sqrt{3x+10}}$

$$\Rightarrow F(5)=\sqrt{2+3+\sqrt{3(2)+10}}=3$$

Entonces: $\sqrt{F(5)+13}=\sqrt{3+13}=4$

Clave: "A"

Sea x un número entero,

si: $ⓧ = x^3 + 1$; $\boxed{x} = x^2 + 2x$

Calcular el valor de: $a + 5$

si: $\boxed{a} = 0$

A) 4 B) 3 C) 2
D) 7 E) 1

Resolución:

Como: $ⓧ = x^3 + 1$

$\Rightarrow \quad \boxed{a} = \boxed{a}^3 + 1 = 0$

$\boxed{a} = \sqrt[3]{-1}$

$\boxed{a} = -1$

Ahora: $\boxed{x} = x^2 + 2x$

$\Rightarrow \quad \boxed{a} = \overbrace{a^2 + 2a = -1}^{}$

$a^2 + 2a + 1 = 0$

$(a+1)^2 = 0$

$a + 1 = 0$ *Sumando 4 a ambos miembros*

$\boxed{\Rightarrow \quad a + 5 = 4}$

Clave: “A”

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si el conjunto de los números naturales se define la operación:

$$m \$ n = \begin{cases} 3m - 2n \ ; \ \text{si} \ \ m > n \\ 3n - 2m \ ; \ \text{si} \ \ m \leq n \end{cases}$$

Calcular: $A = \dfrac{(5\$2)^2 \ \$(1\$2)}{5}$

A) 71 B) 73 C) 5
D) –71 E) –73

Resolución:

Llamando:

$$m \$ n = 3m - 2n \ ; \quad m > n \ \ldots\ldots\ldots \quad \text{(I)}$$

$$m \$ n = 3n - 2m \ ; \quad m \leq n \ \ldots\ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

$$A = \frac{\overbrace{(5\$2)}^{\text{(I)}}{}^2 \ \$\overbrace{(1\$2)}^{\text{(II)}}}{5}$$

$$A = \frac{(3(5)-2(2))^2 \ \$(3(2)-2(1))}{5}$$

$$A = \frac{\overbrace{121\$4}^{\text{(I)}}}{5} = \frac{3(121)-2(4)}{5} = 71$$

Clave: "A"

Siendo: $a \otimes b = a^3 + 2a$

Calcular: $E = 3 \otimes (4 \otimes (5 \otimes \ldots\ldots (19 \otimes 20)))$

A) 32 B) 36 C) 34
D) 33 E) 35

Resolución:

Como se observa en la regla como operar no interviene la segunda componente, entonces:

$$E = 3 \otimes \underbrace{(4 \otimes (5 \otimes \ldots\ldots (19 \otimes 20)))}_{b}$$

$$\Rightarrow \quad E = 3 \otimes b = 3^3 + 2(3) = 33$$

Clave: "D"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $M(ab) = M(a) - M(b)$

Calcular: $\dfrac{M(1)}{M(4)}$

A) 0 B) 1 C) 2
D) A ó B ó C E) A y B

Resolución:

- Del Operador se tendrá:

$$M(a) - M(b) = M(ab)$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$M(4) - M(1) = M(4 \times 1)$$

$$M(4) - M(1) = M(4)$$

$$\boxed{0 = M(1)}$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{M(1)}{M(4)} = \frac{0}{M(4)} = 0}$$

- Pero se puede considerar a:

$$M(1) - M(4) = M(1 \times 4)$$

$$M(1) = 2M(4)$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{M(1)}{M(4)} = 2}$$

- También: $M(1 \times 4) = M(4 \times 1)$

$$M(1) - M(4) = M(4) - M(1)$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{M(1)}{M(4)} = 1}$$

Clave: "D"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $F(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+1}{2} & ; \text{ si "x" es } \textbf{IMPAR} \\ \dfrac{2x+1}{3} & ; \text{ si "x" es } \textbf{PAR} \end{cases}$

Calcular: $F\left(\dfrac{F(5)}{F(1)}\right)$

A) 1 B) 3 C) 5
D) 2 E) 4

Resolución:

Primero:

$F(5) = \dfrac{3(5)+1}{2} = 8$; Por ser 5 impar

$F(1) = \dfrac{3(1)+1}{2} = 2$; Por ser 1 impar

Luego:

$F\left(\dfrac{F(5)}{F(1)}\right) = F\left(\dfrac{8}{2}\right) = F(4)$

$\Rightarrow \quad F(4) = \dfrac{2(4)+1}{3} = 3$

Clave: "B"

Se define una operación mediante el siguiente operador : “$\boxed{}$”

$$\boxed{x-2} = x^2 - 4$$

$$\boxed{a * b} = 16b$$

Calcular: $R = 216 * 6$

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

Resolución:

$$\boxed{x-2} = x^2 - 4$$

$+2 \ ; \ (\ )^2 \ ; -4$

$$\underbrace{\boxed{a * b}}_{(a*b+2)^2-4} = 16b$$

$$(a*b+2)^2 - 4 = 16b$$

$$(a*b+2)^2 = 4(4b+1)$$

$$a*b = \sqrt{4(4b+1)} - 2$$

$$a*b = 2\sqrt{4b+1} - 2$$

Nos piden:

$$216*6 = 2\sqrt{4(6)+1} - 2 = 8$$

Clave: “D”

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $\boxed{x} = (x+1)^2$ Se sabe que x > 0

Hallar "n" : $\boxed{\boxed{\boxed{n}}} = 100$

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}+1$ C) $\sqrt{2}-1$

D) 2 E) 4

Resolución:

$$\boxed{\boxed{\boxed{n}}} = 100 = (9+1)^2$$

$$\boxed{\boxed{n}} = 9 = (2+1)^2$$

$$\boxed{n} = 2 = (n+1)^2$$

$$\sqrt{2} = n+1$$

$$\boxed{\sqrt{2}-1 = n}$$

Clave: "C"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Sabiendo que: $\textcircled{x} = x^2 + 2$ $\quad \textcircled{\triangle x} = 4a + 2$

Calcular el valor de:

A) 2 B) 3 C) 4
D) 2000 E) 2001

Resolución:

$$\textcircled{x} = x^2 + 2$$

$( )^2 \ ; +2$

$$\triangle x = 2\sqrt{x}$$

$$\textcircled{\triangle x} = 4x + 2$$

Entonces: $\triangle 4 = 2\sqrt{4} = 4$

$$(\triangle x)^2 + 2 = 4x + 2$$

Si volvemos a reemplazar, siempre saldrá de resultado 4.

Clave: “C”

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $\quad f(x-5) = x^2 + 3 \quad$ y

$\qquad f(4+x) - f(-2+x) = f(4)$

Calcular el valor de 6 x.

A) 1   B) 6   C) 3

D) 2   E) 12

Resolución:

$$f(x-5) = \underbrace{x^2 + 3}$$

$+5\,;\,(\ )^2\,;\,+3$

Luego:

$$\overbrace{f(4+x)}^{} - \overbrace{f(-2+x)}^{} = f(4)$$

$$(4+x+5)^2 + 3 - (-2+x+5)^2 - 3 = (4+5)^2 + 3$$

$$(x+9)^2 - (x+3)^2 = 84$$

$$x = 1 \qquad \boxed{\Rightarrow\ 6x = 6}$$

Clave: "B"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $x \nabla y = (y \nabla x)^{(y \nabla x)}$; $(x \nabla y) > 0$

Calcular el valor de A:

$$A = (a\nabla b)^{\underbrace{(b\nabla c)^{(c\nabla d)^{(d\nabla e)^{\cdots}}}}_{10\ Operadores}}$$

A) 1 B) 2 C) -1

D) $\sqrt{2}$ E) -3

Resolución:

Calculando: $y \nabla x = (x \nabla y)^{(x\nabla y)}$

Reemplazando en la relación dada:

$$(x\nabla y)^1 = \left((x\nabla y)^{(x\nabla y)}\right)^{\left((x\nabla y)^{(x\nabla y)}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad 1 = (x\nabla y)\cdot(x\nabla y)^{(x\nabla y)}$$

$$1 = (x\nabla y)^{1+(x\nabla y)}$$

de donde:

$(x \nabla y) = 1$ ó $1 + (x \nabla y) = 0$

$(x \nabla y) = -1$

Pero : $(x \nabla y) > 0$

$(x \nabla y) = 1 \longrightarrow$ constante

$$\boxed{\Rightarrow \quad A = 1^{1^{1^{\cdot^{\cdot}}}} = 1}$$

Clave: "A"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Sabemos que se cumple : $\sqrt{a} * b^2 = 2(\sqrt{b} * a^2) - ab$

Calcular : $\dfrac{\sqrt[4]{3} * 6}{1 * 2}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

Resolución:

Haciendo : $\sqrt{a} = x \longrightarrow a = x^2 \longrightarrow a^2 = x^4$

$b^2 = y \longrightarrow b = \sqrt{y} \longrightarrow \sqrt{b} = \sqrt[4]{y}$

Reemplazando en la Regla dada :

$x * y = 2(\sqrt[4]{y} * x^4) - x^2\sqrt{y}$ ... (I)

$\Rightarrow \sqrt[4]{y} * x^4 = 2(\sqrt[4]{x^4} * \sqrt[4]{y}^4) - \sqrt[4]{y}^2\sqrt{x^4}$

$\Rightarrow \sqrt[4]{y} * x^4 = 2(x * y) - \sqrt{y}x^2$ ... (II)

Luego (II) en (I) :

$(x * y) = 2(2(x * y) - \sqrt{y}x^2) - x^2\sqrt{y}$

$(x * y) = 4(x * y) - 2\sqrt{y}x^2 - x^2\sqrt{y}$

$\boxed{\Rightarrow x * y = x^2\sqrt{y}}$

Luego :

$$\frac{\sqrt[4]{3} * 6}{1 * 2} = \frac{\sqrt[4]{3}^2 \times \sqrt{6}}{1^2 \times \sqrt{2}} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

Clave: "C"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Calcular : $A=\sqrt{7 \heartsuit \sqrt{7 \heartsuit \sqrt{7 \heartsuit \ldots \infty}}}$

Si : $a \heartsuit b = a - 6b^2$

A) 7 B) 0 C) 1 D) – 1 E) 6

Resolución:

Debemos eliminar el ∞ (infinito) ; por lo general se separa un elemento de dichos infinitos elementos, entonces :

$$A^2 = 7 \heartsuit \underbrace{\sqrt{7 \heartsuit \sqrt{7 \heartsuit \sqrt{7 \heartsuit \ldots \infty}}}}_{\text{Será igual a : "A"}}$$

$$\Rightarrow A^2 = 7 \heartsuit A$$

Ahora aplicamos la regla como operar dada , en el miembro derecho :

$$A^2 = 7 - 6A^2$$

$$\Rightarrow 7A^2 = 7$$

$$\Rightarrow A^2 = 1$$

$$\boxed{\Rightarrow A = 1}$$

Clave: “C”

OPERACIONES MATEMÁTICAS

$\boxed{\boxed{\boxed{x}}} = 64x - 63$. Calcular : $\boxed{-2}$

Considerando que $\boxed{x}$ es una función líneal

A) – 2 B) 8 C) – 10 D) –11 E) 11

Resolución:

Considerando :

$\boxed{x} = ax + b$,función líneal

$\Rightarrow \boxed{\boxed{x}} = \boxed{ax + b} = a(ax + b) + b$

$\Rightarrow \boxed{\boxed{\boxed{x}}} = \boxed{a(ax + b) + b} = a[a(ax + b) + b] + b$

$\Rightarrow \boxed{\boxed{\boxed{x}}} = a^3x + a^2b + ab + b = 64x - 63$

Igualando coeficientes :

$a^3 = 64$ $a^2b + ab + b = -63$

$\Rightarrow a = 4$ $\Rightarrow b = -3$

Luego : $\boxed{x} = 4x - 3$

$\Rightarrow \boxed{-2} = 4(-2) - 3 = -11$

Clave: "D"

OPERACIONES MATEMÁTICAS

Si: $x * y^x = 2(x^y - y) + x^y$

Calcular: $M = 5 * 32$

A) 68 B) 60 C) 70
D) 71 E) 72

Resolución: Dando la forma A:

$$M = 5 * 32$$

$$M = 5 * 2^5$$

$$M = 2(5^2 - 2) + 5^2$$

$$\boxed{M = 71}$$

Clave: "D"

QuédateEnCasa

PITAGORAS
ACADEMIA